

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**министерство образования московской области**

**АНО ПСОШ «Лествица»**

РАССМОТРЕНО  
Рабочей (экспертной) группой

Протокол 1 от 14.06.2024



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**Факультативного курса «Практикум по планиметрии»**

для обучающихся 10-11 классов

2024

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Геометрия является одним из базовых курсов на уровне среднего общего образования, так как обеспечивает возможность изучения дисциплин естественно-научной направленности и предметов гуманитарного цикла. Поскольку логическое мышление, формируемое при изучении обучающимися понятийных основ геометрии, при доказательстве теорем и построении цепочки логических утверждений при решении геометрических задач, умение выдвигать и опровергать гипотезы непосредственно используются при решении задач естественно-научного цикла, в частности физических задач.

Цель освоения программы учебного курса «Практикум по планиметрии» на углублённом уровне – развитие индивидуальных способностей обучающихся при изучении геометрии, как составляющей предметной области «Математика и информатика» через обеспечение возможности приобретения и использования более глубоких геометрических знаний и действий, специфичных геометрии, и необходимых для успешного профессионального образования, связанного с использованием математики.

Приоритетными задачами курса геометрии на углублённом уровне, расширяющими и усиливающими курс базового уровня, являются:

расширение представления о геометрии как части мировой культуры и формирование осознания взаимосвязи геометрии с окружающим миром;

формирование навыков решения планиметрической задачи ЕГЭ повышенного уровня сложности, ориентация на решение заданий с развернутым ответом профильного экзамена по математике;

формирование умения владеть методами доказательств и алгоритмов решения, умения их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения планиметрических задач повышенной сложности и задач с практическим содержанием, формирование представления о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

развитие и совершенствование интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению геометрии;

формирование функциональной грамотности, релевантной геометрии: умения распознавать проявления геометрических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, моделирования реальных ситуаций, исследования построенных моделей, интерпретации полученных результатов.

В содержании элективного курса, прежде всего рассматриваются геометрические конфигурации, наиболее часто встречающиеся в задачах школьного курса: касающиеся окружности, пересекающиеся окружности, вписанные и описанные окружности треугольника и четырехугольника и т.д., способы нахождения элементов геометрических фигур – медиан, высот, биссектрис треугольника, радиусов вписанных и описанных окружностей т.д., а также некоторые методы решения геометрических задач – метод площадей, метод вспомогательной окружности, удвоение медианы и т.п. Рассматриваются формулировки утверждений, которые не рассматриваются в школьных учебниках в

качестве основных, но часто содержатся после соответствующих глав в качестве задач. Разбираются задачи с использованием этих фактов.

Сформулированное во ФГОС СОО требование «уметь оперировать понятиями», релевантными геометрии на углублённом уровне обучения в 11 классе, относится ко всем содержательным линиям учебного курса, а формирование логических умений распределяется не только по содержательным линиям, но и по годам обучения. Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения Федеральной рабочей программы, распределённым по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы ко всем основным, принципиальным вопросам обучающиеся обращались неоднократно. Это позволяет организовать овладение геометрическими понятиями и навыками последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, а новые знания включать в общую систему геометрических представлений обучающихся, расширяя и углубляя её, образуя прочные множественные связи.

На изучение учебного курса «Практикум по планиметрии» отводится 34 часа: в 11 классе 1 час в неделю.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

Программа предполагает изложение теории вопроса, решение подготовительных, тренировочных задач и задач повышенного уровня сложности, самостоятельную работу. В программе проводится распределение учебного времени. Каждое занятие состоит из двух частей: работа под руководством учителя и самостоятельная работа. Домашние задания являются обязательными. Отдельным ученикам предлагаются индивидуальные задания. Программа данного элективного курса позволяет учащимся подготовиться к сдаче профильного экзамена по математике.

Тема 1. Вводное занятие. Медиана прямоугольного треугольника. Удвоение медианы. (3 ч.). Основные группы геометрических задач. Теорема о медиане прямоугольного треугольника. Обратная теорема. Решение задач с помощью дополнительного построения, удвоение медианы.

Тема 2. Параллелограмм. Средняя линия треугольника. Трапеция. (3 ч.)

Свойства и признаки параллелограмма. Теорема о средней линии треугольника. Теорема о медианах треугольника. Теорема о сумме квадратов диагоналей параллелограмма. Теорема о параллелограмме, образованном серединами сторон произвольного четырехугольника. Свойства равнобедренной трапеции, признаки. Свойство проекции боковой стороны равнобедренной трапеции и проекции диагонали. Решение задач с дополнительными построениями, связанными с параллельным переносом боковой стороны или диагонали трапеции. Замечательное свойство трапеции.

Тема 3. Как находить высоты и биссектрисы треугольника? (3 ч.)

Метод площадей для вычисления биссектрисы, высоты. Теорема косинусов и свойство биссектрисы треугольника. Квадрат биссектрисы треугольника.

Тема 4. Отношения отрезков. Отношение площадей. (3 ч.) Решение задач с помощью теоремы о пропорциональных отрезках (обобщенная теорема Фалеса). Решение задач с

помощью дополнительного построения, которое приводит к двум парам подобных треугольников. Теорема Менелая. Отношение площадей треугольников.

Тема 5. Касательная к окружности. (2 ч.)

Определение касательной к окружности. Свойства касательной .

Тема 6. Касающиеся окружности.(3 ч.)

Определение касающихся окружностей. Виды касания (касаются извне, касаются изнутри). Свойство касающихся окружностей.

Тема 7. Пересекающиеся окружности. (2 ч.)

Свойство пересекающихся окружностей.

Тема 8. Окружности, связанные с треугольником и четырехугольником. (3 ч.)

Центр вписанной и описанной окружности. Методы нахождения радиусов описанной, вписанной и вневписанной окружностей треугольника. Задачи, связанные с вписанными и описанными четырехугольниками.

Тема 9. Пропорциональные отрезки в окружности. (2 ч.)

Теорема о произведении отрезков пересекающихся хорд окружности, теорема о касательной и секущей, следствия из этих теорем.

Тема 10. Углы, связанные с окружностью. Метод вспомогательной окружности. (3 ч.)

Величина дуги, центральный и вписанный угол. Угол между касательной и хордой. Метод вспомогательной окружности. Условия, при которых четыре точки лежат на окружности.

Тема 11. Вспомогательные подобные треугольники. (3 ч.)

Определение подобных треугольников. Признаки подобия треугольников. Задачи на отыскание пары подобных треугольников.

Тема 12. Некоторые свойства высот и точки их пересечения. (3 ч.)

Свойства высот и точки их пересечения.

Тема 13. Геометрические задачи повышенного уровня сложности ЕГЭ. (2 ч.)

Решение геометрических задач 16 ЕГЭ по математике на профильном уровне.

## **ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ) НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

### **ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

#### **1) гражданское воспитание:**

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

#### **2) патриотическое воспитание:**

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

### **3) духовно-нравственное воспитание:**

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

### **4) эстетическое воспитание:**

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

### **5) физическое воспитание:**

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

### **6) трудовое воспитание:**

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

### **7) экологическое воспитание:**

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

### **8) ценности научного познания:**

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

## **МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

### **Познавательные универсальные учебные действия**

#### **Базовые логические действия:**

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

#### **Базовые исследовательские действия:**

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

#### **Работа с информацией:**

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

## **Коммуникативные универсальные учебные действия**

### **Общение:**

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

## **Регулятивные универсальные учебные действия**

### **Самоорганизация:**

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

### **Самоконтроль, эмоциональный интеллект:**

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

### **Совместная деятельность:**

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

## **ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

К концу изучения данного курса обучающийся научится:

- свободно оперировать основными понятиями планиметрии при решении задач и проведении математических рассуждений;
- применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач;
- классифицировать взаимное расположение фигур на плоскости ;
- свободно оперировать понятиями, связанными с углами, элементами многоугольников, окружностей, свойствами хорд, касательных, секущих ;
- классифицировать задачи, выбирая основания для классификации;
- решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин, применяя известные методы при решении математических задач повышенного и высокого уровня сложности;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении геометрических задач;
- извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о плоскостных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- применять полученные знания на практике: сравнивать и анализировать реальные ситуации, применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

## **ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ**

| № пп | Наименование разделов и тем | Количество часов |     |     | Электронные (цифровые) образовательные ресурсы  |
|------|-----------------------------|------------------|-----|-----|---|
|      |                             | все го           | к/р | п/р |   |
| 1    | Вводное                     | 3                |     |     | <a href="https://www.youtube.com/watch?v=n-hGckeLjiQ">https://www.youtube.com/watch?v=n-hGckeLjiQ</a> |



|    |   |   |  |   |  |
|----|---|---|--|---|--|
|    | занятие.<br>Медиана<br>прямоугольн<br>ого<br>треугольни<br>ка. Удвоение<br>медианы. |   |  |   | <a href="https://student.eee-science.ru/wp-content/uploads/2017/02/Lyhina_statya.pdf">https://student.eee-science.ru/wp-content/uploads/2017/02/Lyhina_statya.pdf</a>  |
| 2  | Параллелограмм.<br>Средняя<br>линия<br>треугольни<br>ка. Трапеция.                  | 3 |  |   | <a href="https://nsportal.ru/shkola/raznoe/library/2024/03/07/ege-profil-planimetriya-trapetsiya">https://nsportal.ru/shkola/raznoe/library/2024/03/07/ege-profil-planimetriya-trapetsiya</a><br><a href="https://yandex.ru/video/preview/15806032258719999953">https://yandex.ru/video/preview/15806032258719999953</a><br><a href="https://yandex.ru/video/preview/3593118151363338313">https://yandex.ru/video/preview/3593118151363338313</a>  |
| 3  | Как<br>находить<br>высоты и<br>биссектрисы<br>треугольни<br>ка?                     | 3 |  |   | <a href="https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/vysota/">https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/vysota/</a>  |
| 4  | Отношения<br>отрезков.<br>Отношение<br>площадей.                                    | 3 |  | 1 | <a href="https://sesc.nsu.ru/math/images/Uchebnye_materialy/_отношения_отрезков_и_площадей.pdf">https://sesc.nsu.ru/math/images/Uchebnye_materialy/_отношения_отрезков_и_площадей.pdf</a><br><a href="https://yandex.ru/video/preview/6484417298186243014">https://yandex.ru/video/preview/6484417298186243014</a>   |
| 5  | Касательная<br>к<br>окружности.   | 2 |  |   | <a href="https://yandex.ru/video/preview/1197535970406702688">https://yandex.ru/video/preview/1197535970406702688</a><br><a href="https://yandex.ru/video/preview/10533323206501615679">https://yandex.ru/video/preview/10533323206501615679</a><br><a href="https://yandex.ru/video/preview/2012407010000094075">https://yandex.ru/video/preview/2012407010000094075</a>  |
| 6  | Касающиеся<br>окружности.   | 3 |  |   | <a href="https://repetitor.1c.ru/planimetry/kasanie-okruzhnostey/">https://repetitor.1c.ru/planimetry/kasanie-okruzhnostey/</a><br><a href="https://math.hse.ru/mirror/pubs/share/501135469.pdf">https://math.hse.ru/mirror/pubs/share/501135469.pdf</a><br><br><a href="https://yandex.ru/video/preview/1665052082608829485">https://yandex.ru/video/preview/1665052082608829485</a><br><a href="https://rutube.ru/video/08f729fd9047100425eee72afb3e3baf">https://rutube.ru/video/08f729fd9047100425eee72afb3e3baf</a> |
| 7  | Пересекающ<br>иеся<br>окружности.   | 2 |  |   | <a href="https://www.youtube.com/watch?v=vDqpX_esloc">https://www.youtube.com/watch?v=vDqpX_esloc</a><br><br><a href="https://yandex.ru/video/preview/10936938353112855491">https://yandex.ru/video/preview/10936938353112855491</a>   |
| 8  | Окружности,<br>связанные с<br>треугольни<br>ком и<br>четырёхугол<br>ьником.         | 3 |  |   | <a href="https://rutube.ru/video/7b514094e10e36c1c2ae930b03867237/">https://rutube.ru/video/7b514094e10e36c1c2ae930b03867237/</a><br><br><a href="https://ppt-online.org/549408">https://ppt-online.org/549408</a>   |
| 9  | Пропорцион<br>альные<br>отрезки в<br>окружности.                                    | 2 |  |   | <a href="https://dl.bsu.by/mod/book/view.php?chapterid=1304&amp;id=10181">https://dl.bsu.by/mod/book/view.php?chapterid=1304&amp;id=10181</a><br><br><a href="https://yandex.ru/video/preview/17484388324552215837">https://yandex.ru/video/preview/17484388324552215837</a>   |
| 10 | Углы,   | 3 |  | 1 | <a href="https://yandex.ru/video/preview/779393318169690048">https://yandex.ru/video/preview/779393318169690048</a>  |

|    |   |    |   |  |  |
|----|---|----|---|--|--|
|    | связанные с окружностью. Метод вспомогательной окружности.        |    |   |  |  |
| 11 | Вспомогательные подобные треугольники.                            | 3  |   |  | <a href="https://youclever.org/book/podobie-treugolnikov-1/">https://youclever.org/book/podobie-treugolnikov-1/</a>  |
| 12 | Некоторые свойства высот и точки их пересечения.                  | 3  |   |  | <a href="https://ege-study.ru/materialy-ege/svoystva-vysot-treugolnika-ortocentr/">https://ege-study.ru/materialy-ege/svoystva-vysot-treugolnika-ortocentr/</a><br><a href="https://www.prostudenta.ru/article-2245.html">https://www.prostudenta.ru/article-2245.html</a> |
| 13 | Геометрические задачи повышенного уровня сложности<br>ЕГЭ : зачет | 1  | 1 |  |  |
|    | ИТОГО :   | 34 |   |  |  |